Семинар по релятивистской астрофизике. 28 февраля 2008

Рук. Блинников С.И.

5 марта 2008 г.

Аннотация

Начнём собирать по кусочкам материалы по обсуждаемым темам...

1 Система отсчёта и система координат

Пространство-время (spacetime) по А.А.Фридману будем называть **миром**. Точки и линии в нём – **мировыми**.

По А.Л.Зельманову будем различать систему отсчёта и систему координат.

Система отсчёта – это вообще говоря произвольным образом деформирующееся **тело отсчёта**, на котором проведена координатная сетка (пока пусть трёхмерная) и в каждой точке есть часы, позволяющие фиксировать моменты времени (четвёртая координата, а индекс ей будем давать 0). Деформации тела отсчёта будем полагать непрерывными. Координатные сетки и часы произвольные, но при переходе от одной мировой точки к другой, близкой, пусть все четыре координаты меняются мало, т.е. есть их непрерывность.

Системы координат, привязанные к одному и тому же телу отсчёта, могут быть разными (декартовые, сферические, цилиндрические и континуум других...), но они называются принадлежащими одной системе отсчёта. Тела отсчёта называются разными, если они движутся (в частности, деформируются) относительно друг друга.

Чтобы измерять физические интервалы, нужно иметь идеальные масштабы и идеальные часы. Идеальные часы отсчитывают "истинное" физическое время, а координатные часы отсчитывают координатное время. Для эталона времени идеальных часов используется частота фотона определенного атомного перехода. Для эталона длины - длина волны фотона того же перехода, причём скорость света c фиксирована как универсальная константа. Ясно, что это удобно для практики, где не замечено нарушений локальной Лоренц-инвариантности, но об этом нужно помнить в альтернативных теориях, где всё может нарушаться.

2 Интервал

В плоском эвклидовом пространстве в декартовых координатах мы пишем элемент длины $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Равномерное и прямолинейное движение можно описать так:

$$x = a_1 + u_1\lambda, \quad y = a_2 + u_2\lambda, \quad z = a_3 + u_3\lambda,$$

вместо t я поставил параметр λ. Он может быть и равен t.

4D-мир уже неэвклидов даже без всякой гравитации – это пространство Минковского. Лоренц-инвариантный интервал

$$ds^2 = c^2\, dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

В общем случае интервал будем писать вводя метрику (метрический тензор) g_{ik}, зависящий от 4-координат:

$$ds^2 = \sum_{i,k=0}^{3} g_{ik}(x)\, dx^i dx^k \equiv g_{ik}(x)\, dx^i dx^k,$$

причём $g_{ik} = g_{ki}$ (summation over repeated indexes).

Например,

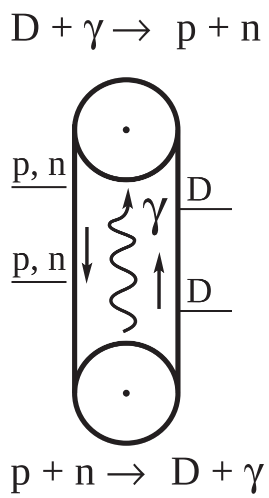
$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2\ ,$$

– тот же интервал Минковского, но в сферических координатах.

3 Гравитационное красное смещение. Замедление времени

Покажу, следуя лекциям Зельдовича, что в гравитационном поле происходит замедление времени. Для этого рассмотрим один проект вечного двигателя. На установке из двух блоков (рис.) будем поднимать ядра дейтерия, а опускать протоны и нейтроны. (Я предлагал на семинаре другую реакцию ядра C-12 и Mg-24).

Пусть внизу протоны реагируют с нейтронами, а образующиеся γ–кванты используются наверху для диссоциации дейтерия. Масса D на 2,2 МэВ меньше $m_P + m_n$, поэтому под действием большей тяжести p-n система будет отдавать энергию, совершать вечное движение.



Ошибка этого проекта в том, что в действительности γ–квант не поглотится, так как часть его энергии уйдет на преодоление силы тяжести:

$$E'_\gamma = E_\gamma - \frac{gh}{c^2} E_\gamma = E_\gamma - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{c^2} E_\gamma.$$

Энергия γ–кванта $E_\gamma = \hbar\omega$. Поскольку $E'_\gamma < E_\gamma$, то $\omega' < \omega$, т. е. частота фотонов испытывает красное смещение в гравитационном поле. Этот эффект уже наблюдался на Земле с помощью эффекта Мёссбауэра (опыт Паунда и Ребки). (И давно учитывается в GPS).

В общем случае можно написать

$$\omega_{\text{прин}} = \omega_{\text{исп}} \left(1 + \frac{\Delta\varphi}{c^2}\right) ,$$

где $\Delta\varphi$ — различие гравитационного потенциала в местах испускания и приема. Это соотношение верно для фотонов любых частот. В данном месте частота фотонов зависит только от свойств испускающих их атомов (или ядер). На этих же свойствах основано и измерение времени в данном месте (атомные часы). Поэтому наблюдатель, находящийся в точке с другим гравитационным потенциалом, будет интерпретировать сдвиг частот как изменение хода времени:

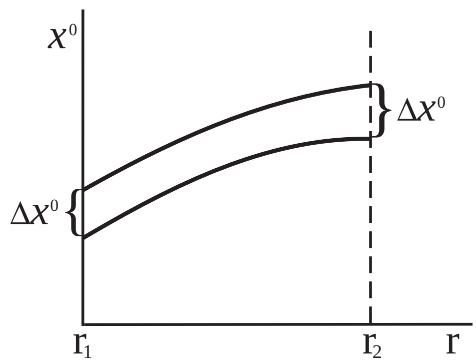
$$\Delta\tau_{\text{прин}} = \Delta\tau_{\text{исп}} \left(1 - \frac{\Delta\varphi}{c^2}\right) . \qquad (1)$$

Теперь мы видим конкретно, что изменяется течение времени в разных точках. Это можно интерпретировать как изменение коэффициента g_{00} при временной координате в метрике. Рассмотрев как изменяется g_{00} в слабом поле (т. е. ньютоновском случае), мы увидим, что g_{00} играет роль ньютоновского потенциала для медленных частиц.

Рассмотрим статическое гравитационное поле. По определению это значит, что метрику можно написать в виде

$$ds^2 = g_{00}(dx^0)^2 + g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha dx^\beta \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3),$$

причем ни g_{00}, ни $g_{0\alpha}$ не зависят от временной координаты x^0. Пусть в некоторой точке r_1 испускаются два световых сигнала с запаздыванием Δx^0 и принимаются в точке r_2 (см. рис.). Поскольку g_{ik} от x^0 не зависит, мировая линия второго сигнала отличается от первой только сдвигом по координате x^0 на Δx^0, т. е. запаздывание сигналов в точке приема по координатному времени тоже будет Δx^0.



Однако наблюдатель пользуется не координатным, а собственным временем τ. Это соответствует тому, что он в своей окрестности пользуется метрикой

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - dl^2.$$

Интервал между двумя событиями — приходом сигналов в точку r_2 — инвариантен (не зависит от выбора метрики), т. е.

$$\sqrt{g_{00}(2)}\,\Delta x^0 = c\,\Delta\tau_2.$$

Отсюда и из (8.2) получаем связь g_{00} и ньютоновского потенциала φ:

$$g_{00} = \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right).$$

На следующих семинарах получим эту связь и без квантов. Хотя иногда связь гравитации и квантовой механики совершенно неожиданна. Например, в парадоксе Эйнштейна о соотношении неопределённости.