

Фундаментальная физика и астрономия



Блинников С.И. (ИТЭФ – ККТЭФ – и ЦФПИ ВНИИА)
Вводная лекция 2 – ИТЭФ для МФТИ

09.02.2023

Владимир Сергеевич Имшенник

27 сентября 1928, Дебальцево – 7 февраля 2023, Москва



План

- ▶ Единство мира
- ▶ Волны де Бройля
- ▶ Теорема вириала в квантовой и классической физике
- ▶ основы астрономии: координаты, фотометрия



11. Поле движущегося заряда. Магнетизм – релятивистский эффект.

Полная сила, действующая на заряженную частицу в электромагнитном поле, равна

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}] + q\vec{E}.$$

Это – обобщенная формула Лоренца.

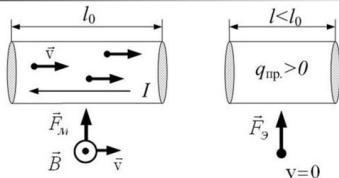
Первое слагаемое – сила Лоренца – это *магнитная составляющая полной силы*, действующей на частицу в электромагнитном поле; второе – *электрическая составляющая*.

$$\vec{F}_m = q[\vec{v} \times \vec{B}]; \vec{F}_e = q\vec{E}.$$

Поля – электрическое и магнитное – неразрывно связаны.

При переходе к другой системе отсчёта полная сила останется прежней; изменится лишь наше её объяснение.

11. Поле движущегося заряда. Магнетизм – релятивистский эффект.



В системе отсчёта, связанной с электроном, $\vec{F}_M = 0$, т. к. электрон покоится. Сила не исчезла; это – электрическая составляющая силы Лоренца: проводник оказался заряжен положительно в этой системе отсчёта из-за релятивистского сокращения его длины, поскольку он сам в этой системе движется со скоростью v :

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < l_0.$$

В результате объём его уменьшился, концентрация положительных ионов увеличилась и не компенсируется отрицательным зарядом электронов.

ускорение не исчезло!

Эффекты магнетизма показывают, что весь мир не только релятивистский, но и квантовый!

Завершим оценку для GPS – Глонасс

Видим, что эффекты порядка

$$\frac{v^2}{c^2}.$$

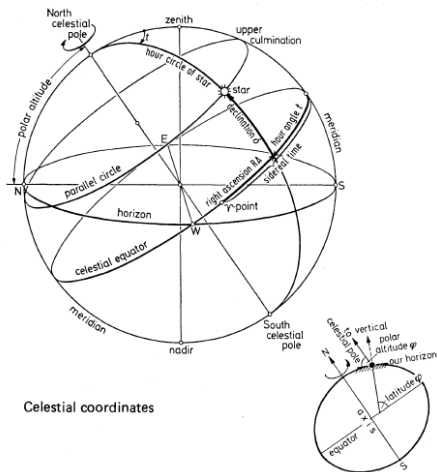
Низкие спутники Земли делают оборот за 90 минут.

Окружность Земли 40 тыс. км. Отсюда скорость $v \sim 8$ км/с.

Тогда $v^2/c^2 \sim 10^{-9}$.

В сутках $t = 86400$ секунд, умножим на c , получим ошибку $10^{-9}ct \sim 30$ км, поточнее 18 км.

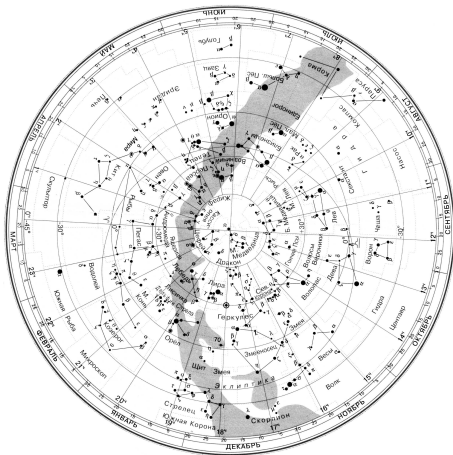
Элементы астрономии: Небесные координаты



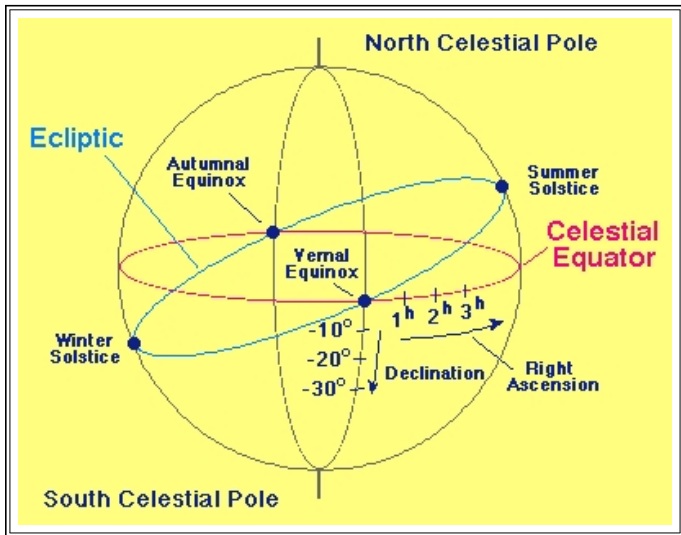
Экваториальные небесные координаты

Экваториальные небесные координаты на школьной карте звездного неба. Вдоль меридианов отложено склонение в градусах, а по окружности – прямое восхождение в часах. Серой полосой показано примерное положение Млечного Пути – нашей Галактики, как она видна невооружённым глазом с Земли

В основе экваториальных координат лежит земная система координат: прямое восхождение, оно обозначается RA ('Right Ascension') или α , имеет своим прототипом долготу, а склонение δ – широту

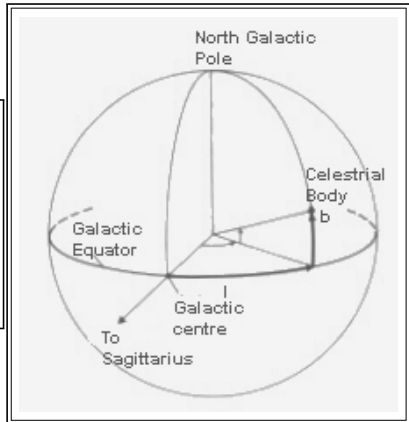
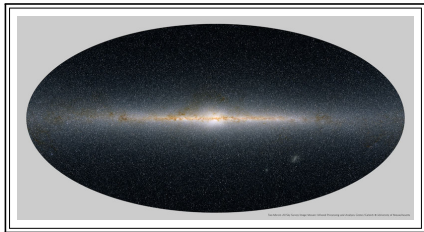


Equatorial coordinates

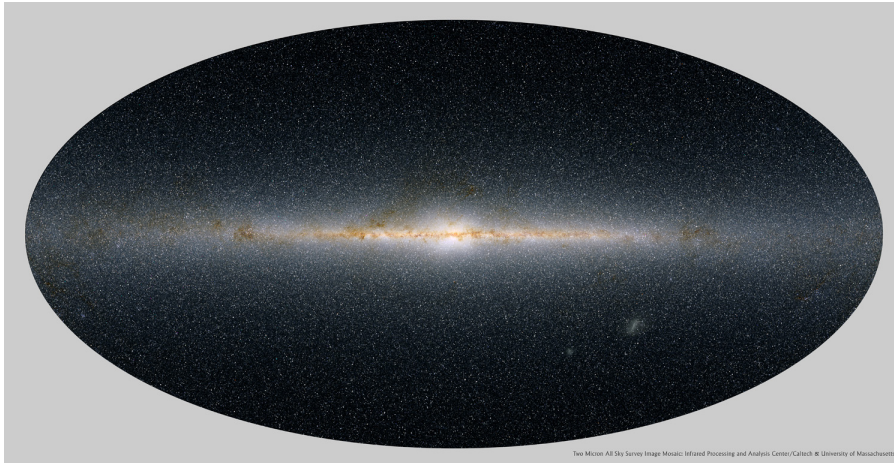


Galactic coordinates

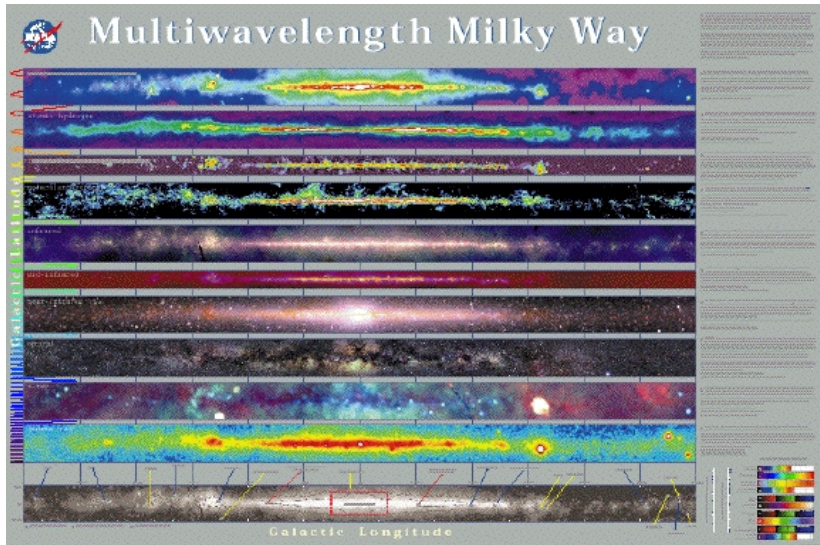
For more distant objects more natural system is the Galactic one: longitude (measures from the center of our Galaxy – Milky Way) and latitude (from the plane drawn in the 'middle' of Milky Way).



Milky Way infrared

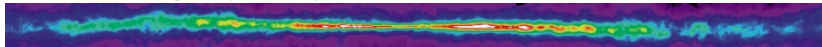


Milky Way multiwave

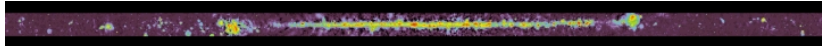


Milky Way multiwave-2

Atomic hydrogen ($\lambda 21\text{cm}$)



Radio 2.7 GHz



Infrared

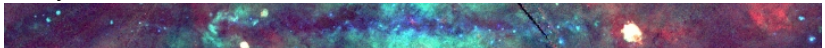


Milky Way multiwave-3

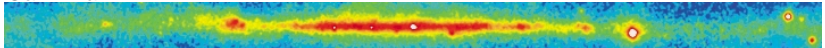
Visible light



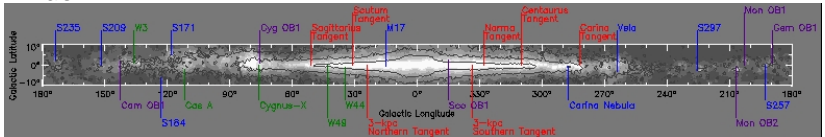
X-ray



Gamma



Finder



Измерение излучения

Luminosity – Светимость L – power – мощность, излучаемая объектом:

$$L \equiv \frac{d\mathcal{E}}{dt}.$$

Размерность Вт или эрг/с.

Для мощности, излучаемой в единичном интервале частот ν , используем такое обозначение:

$$L_\nu \equiv \frac{d\mathcal{E}}{dt d\nu}.$$

Размерность Вт/Гц или эрг/(с Гц).

Поток и экспозиция

Flux – Поток S (или часто F) в астрофизике (поток называют освещённостью в некоторых разделах экспериментальной физики) – это энергия, в единицу времени t , получаемая единичной площадкой A детектора, ориентированной перпендикулярно распространению луча:

$$S \equiv \frac{d\mathcal{E}}{dt dA}.$$

Exposition (fluence) Экспозиция (флуенс) F – интегральная энергия, принятая единичной площадкой детектора A , ориентированной перпендикулярно распространению луча. Эта величина обычно используется для вспыхивающих источников, например, гамма-всплесков:

$$F = \frac{d\mathcal{E}}{dA}.$$

Размерность: энергия/площадь.

Когда в задаче важна экспозиция (флуенс), то букву F для потока применять уже нельзя. Но для спектральной плотности потока путаницы обычно уже не возникает:

$$F_\nu \equiv S_\nu \equiv \frac{d\mathcal{E}}{dt dA d\nu}.$$

О переводе текста лекций



[https://urait.ru/book/
osnovy-relyativistskoy-astrofiziki-518300](https://urait.ru/book/osnovy-relyativistskoy-astrofiziki-518300)
Основы релятивистской астрофизики : учебное пособие для вузов
С. И. Блинников. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 221 с.

Stellar magnitudes = Звёздные величины

A traditional way of measuring fluxes in astronomy is the stellar magnitude (mag):

$$m_1 - m_0 = -2.5(\lg S_1 - \lg S_0) = -2.5 \lg(S_1/S_0)$$

– a zero point (ZP) m_0 must be defined at some standard star (usually Vega = α Lyrae). All m 's and S 's here may have subscripts (ν , or U, B, V etc. for filters).

Absolute stellar magnitude \mathcal{M} is mag at the standard distance d of 10 parsecs. Since $S \propto d^{-2}$ the distance modulus is

$$\begin{aligned} m - \mathcal{M} &\equiv -2.5[\lg S(d) - \lg S(10 \text{ pc})] \\ &= +5[\lg(d/10 \text{ pc})] = 5 \lg d_{\text{pc}} - 5 . \end{aligned}$$

Важность выбора единиц

Важную роль в определении расстояний и, в общем-то, других физических параметров небесных объектов играет выбор правильных единиц измерения.

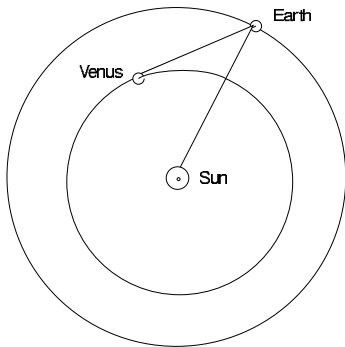
Одна астрономическая единица 1 а.е.

$\approx 1.5 \times 10^{13}$ см = 150 млн. км – среднее расстояние между Землей и Солнцем.

Измерение углов даёт расстояния

Античные астрономы знали расстояние от Венеры до Солнца в а.е. с приличной для своего времени точностью, так как при использовании единицы измерения а.е. всё сводилось к точному определению угловых расстояний и временных интервалов. Однако указывая то же самое расстояние в земных единицах измерения, астрономы ошибались на несколько порядков.

Таким образом, измеряя **угловое расстояние** α между Солнцем и Венерой в момент, когда α между ними максимально (элонгация), мы непосредственно получаем расстояние между Солнцем и Венерой, которое равно $\sin \alpha$ а.е., см. рис.



Parsecs

The unit for interstellar distances, parsec: $1 \text{ pc} = 206265 \text{ AU} \approx 3 \times 10^{18} \text{ cm}$, is again derived from measuring angles (parallax), it is the distance from which 1 AU is visible at the angle of 1 sec of arc (since 1 radian = 206265 arcsecs).

Eventually this leads to angular and parallax distances.

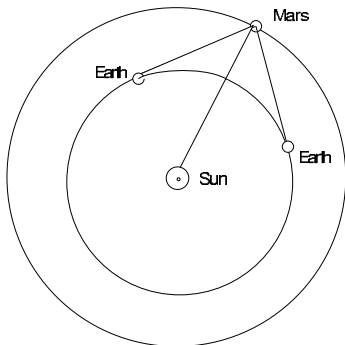
Kepler-Einstein

Discovery of Kepler's laws and hence of the Newton's gravity.

In one of his popular papers, Einstein gave the most brilliant account of that story.

Kepler: use Mars as a lighthouse

One cannot directly measure the distance Sun-Mars, because Mars moves outside the terrestrial orbit. The idea of Kepler essentially was to use a rotating frame of reference where Mars is at rest and to find from terrestrial observations (made by Tycho Brahe)



the position of Earth corresponding to two elongations of our planet as viewed from Mars - then one can find all angles and the distance Sun-Mars in AU.

Kepler's laws

This resulted in the great Kepler's laws. The most important is the 3rd Kepler's law, that the square of the period of planet's revolution around the Sun is proportional to the cube of its orbit semimajor axis.

квадраты времён обращения планет вокруг Солнца растут как кубы больших полуосей их орбит

This great discovery led Newton to the formulation of classical dynamics and to the law of gravity.

For a circular orbit of the radius r around a star of mass M we have for the velocity v :

$$v^2 = G_N M / r,$$

from Newton's mechanics.

Kepler's laws-2

This derivation is OK while $v^2 \sim |\phi| \ll c^2$. If the period is \mathcal{P} , then $v = 2\pi r/\mathcal{P}$ and

$$r^3/\mathcal{P}^2 = M/M_{\odot}$$

if r is in AU, \mathcal{P} in years. And this is the 3rd Kepler's law. Note that G_N does not enter in the units that we used, and it is convenient to take the solar mass M_{\odot} as a unit of mass M .

Теорема вириала для одной планеты

$$2\langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle U \rangle = 0.$$

$$mv^2 = \frac{(G_N) mM}{r} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{(G_N) M}{r}$$

Но

$$|v| = \frac{(2\pi) r}{\mathcal{P}} \quad \Rightarrow \quad 4\pi^2 r^3 = G_N M \mathcal{P}^2$$

– 3й закон Кеплера – может быть получен из квантовой механики!

Если знаем r и G_N , то можем измерить массу Солнца.

Квант действия Планка

Макс Планк сумел объяснить спектры чёрного тела, введя уровни энергии $E = h\nu = \hbar\omega$, где h – постоянная Планка:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с} = 1.05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг}\cdot\text{с}.$$

Такая размерность у физической величины «действие» – подробно действие обсуждается в курсах теоретической и квантовой механики.

Для объяснения фотоэффекта Эйнштейн предположил наличие частиц – фотонов – с $E = h\nu = \hbar\omega$.

Электромагнитные волны (фотоны!) бегут как

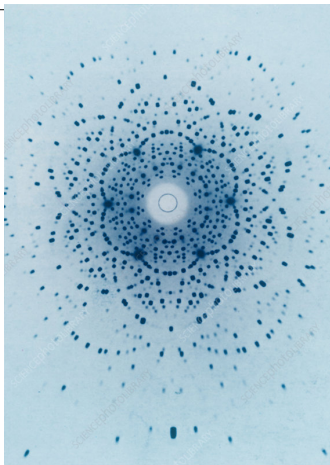
$$\sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}),$$

любой электромагнитный сигнал можно представить как суперпозицию таких волн. Удобно писать и так:

$$\exp i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}).$$

Де Бройль предположил, что **все** частицы – такие же волны.

все частицы – не шарики, а волны



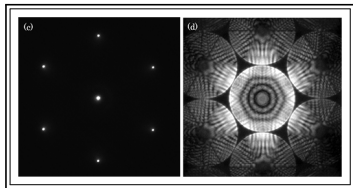
Здесь рентген, X-rays, рассеяние на кристалле бериллия

Волны де Бройля для частиц

$E = h\nu = \hbar\omega$, $\lambda = \frac{h}{p}$, где h – постоянная Планка. Импульс:

$$\mathbf{p} = \frac{h}{2\pi}\mathbf{k} = \hbar\mathbf{k},$$

где $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{n}$ – волновой вектор, модуль которого $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота, \mathbf{n} – единичный вектор в направлении распространения волны.



Рассеяние электронов на кристалле кремния

Потенциал и потенциальная энергия

$$\phi(r) := \frac{(-G_N) M}{r}$$

потенциал отрицательный, потому что потенциальная энергия $m\phi$ растёт с r , а на бесконечности удобно считать ϕ нулём. Производная (точнее градиент) потенциала даёт силу, но гораздо важнее не сила, а изменение энергии – работа. Для Кулона

$$\phi_Q(r) := \frac{(+)}{r} q$$

Virial theorem – Теорема вириала

From Fock (1930), см. Базь, Зельдович, Переломов

$$\delta E_{\text{tot}} \equiv \delta \mathcal{E} = \delta \langle H \rangle = 0$$

in the first order of perturbation $\delta\psi$ – the variational principle in quantum case.

Любая система стремится к минимуму потенциальной энергии (пример - трясём мешок с картошкой). Равновесие всегда – экстремум этой энергии, необязательно минимум. Полная энергия не сохраняется при стремлении к равновесию – часть излучается, как в звезде.

Но интересно посмотреть и на последствия экстремума полной энергии.

Имеем

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle U \rangle.$$

Пусть R_0 – равновесный размер системы, и

$$\alpha \equiv \frac{R_0}{R}$$

Тогда

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle \rightarrow \alpha^2 \langle E_{\text{kin}} \rangle,$$

так как для нерелятивистских (NR) частиц

$$E_{\text{kin}} \propto p^2 \propto 1/\lambda^2$$

Вариация U зависит от закона взаимодействия. Для кулоновских и ньютоновских взаимодействий

$$\langle U \rangle \propto \sum_{i \neq k} \frac{m_i m_k}{r_{ik}} \rightarrow \alpha \langle U \rangle.$$

Для Кулона вместо m_i пишем q_i .

Thus

$$\langle \mathcal{E} \rangle \rightarrow \alpha^2 \langle E_{\text{kin}} \rangle + \alpha \langle U \rangle,$$

and variation of this gives

$$\delta \langle \mathcal{E} \rangle = 2\alpha \delta \alpha \langle E_{\text{kin}} \rangle + \delta \alpha \langle U \rangle = 0,$$

so with $\alpha = 1$ for unperturbed state we find

$$2\langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle U \rangle = 0.$$

This is the virial theorem for atomic Coulomb potential (and for globular stellar clusters as well! See the use of Schrödinger Eq. for stellar dynamics in Widrow & Kaser, 1993, Johnston, Lasenby, and Hobson (2009).

For all those systems (NR atoms or plasma, NR stars and stellar clusters)

$$\mathcal{E} = \langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle U \rangle = -\langle E_{\text{kin}} \rangle$$

so the **loss** of total energy \mathcal{E} corresponds to the **growth** of the kinetic energy $\langle E_{\text{kin}} \rangle$. The same is true for the internal energy of matter if it is in the form of kinetic energy of particles.

One can do $U \propto r^k$, but more important for us is extremely relativistic (ER) case: $E_{\text{kin}} \propto p \propto 1/\lambda$, then

$$\mathcal{E} = \langle E_{\text{kin}} \rangle + \langle U \rangle = 0.$$

Почему для ER случая $E_{\text{kin}} \propto p$? Возьмём фотоны, у них $E = h\nu = \hbar\omega$, длина волны c/ν , и импульс по формулам де Бройля $p = E/c$. На самом деле де Бройль из опыта это знал – опыты Лебедева. Для электронов и позитронов с энергиями в ГэВ (в тысячи раз выше массы) – сходите на установку в Институт Будкера и проверьте!

Now let us consider non-interacting particles in a potential well. From Schrödinger Eq. for NR particles (and also for classical objects!) if $U \propto r^k$ we find in the same way as above:

$$2\langle E_{\text{kin}} \rangle - k\langle U \rangle = 0.$$

If $k = -1$ we have Coulomb and Newton, $k = 2$ - a harmonic oscillator.

Частицы (волны!) в потенциальных ямах

The case $k \rightarrow +\infty$ corresponds to a hard reflecting wall, then $\langle U \rangle$ tends to zero relative to $\langle E_{\text{kin}} \rangle$, but the variation of $\langle U \rangle$ is always of the same order as the variation of $\langle E_{\text{kin}} \rangle$. Since the 'force' on the particle is $-\nabla U$, we define pressure P (i.e. the 'force' on unit area, $A = 1$, of the wall) so as

$$\delta\langle U \rangle = PA\delta x = P\delta V.$$

For our variations $V \rightarrow V/\alpha^3$, and when we express variations of H again through α , we get

$$2\langle E_{\text{kin}} \rangle - 3PV = 0,$$

i.e. the same relation as in classical derivation:

$$P = \frac{2\langle E_{\text{kin}} \rangle}{3V}$$

Конец 2й лекции